

Σειρά Προβλημάτων 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 06/02/20

Άσκηση 1 [18 μονάδες]

Να αποφασίσετε κατά πόσο αληθεύουν οι πιο κάτω προτάσεις που αφορούν τις κανονικές πράξεις της ένωσης, της συναρμογής και της σώρευσης. Σε περίπτωση που μια πρόταση αληθεύει να την αποδείξετε, διαφορετικά να δώσετε κάποιο αντιπαράδειγμα.

(α) $(\Lambda \cup M)^* = (\Lambda^* M^*)^*$

(β) $\Lambda^* = \Lambda^* \Lambda^*$

(γ) $\Lambda \cup M\Lambda = (\Lambda \cup M)\Lambda$

Άσκηση 2 [20 μονάδες]

Υποθέστε ότι το σύνολο L είναι μια γλώσσα επί του αλφαβήτου $\{0, 1\}$ τα στοιχεία της οποίας είναι ακριβώς οι λέξεις που παράγονται από τους πιο κάτω κανόνες:

(1) $1 \in L, 0 \in L$

(2) $\text{An } u \in L \text{ τότε } 1u1 \in L$

(3) $\text{An } u \in L \text{ τότε } 1u0 \in L$

(4) $\text{An } u \in L \text{ τότε } 0u1 \in L$

(5) $\text{An } u \in L \text{ τότε } 0u0 \in L$

(α) Να αποδείξετε ότι κάθε λέξη $w \in L$ έχει περιττό μήκος.

(β) Να αποδείξετε ότι αν η w είναι λέξη περιττού μήκους επί του αλφάβητου $\{0,1\}$, τότε $w \in L$.

Άσκηση 3 [16 μονάδες]

Για κάθε ένα από τα πιο κάτω πεπερασμένα αυτόματα να παρουσιάσετε το αυτόματο γραφικά μέσω του σχετικού συστήματος μεταβάσεων και να υπολογίσετε τη γλώσσα που αναγνωρίζει.

(α) Αυτόματο $A_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, όπου

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
- $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- $F = \{q_0\}$
- δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q_0	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0
q_1	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1
q_2	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	q_2

(β) Αυτόματο $A_2 = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$, όπου

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$
- $\Sigma = \{0,1\}$
- $F = \{q_2, q_3\}$
- δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	0	1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_7	q_4
q_3	q_4	q_6
q_4	q_7	q_5
q_5	q_7	q_2
q_6	q_5	q_1
q_7	q_7	q_7

Άσκηση 4 [32 μονάδες]

Για κάθε μια από τις πιο κάτω γλώσσες να κατασκευάσετε ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να την αναγνωρίζει. Σε κάθε περίπτωση να δείχνετε: (1) τον τυπικό ορισμό του αυτομάτου και (2) το διάγραμμα καταστάσεων.

(α) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι μια λέξη επί του αλφάβητου } \{1,2,3\} \ \text{η οποία ξεκινά με } 1 \ \text{ή } 2, \ \text{τελειώνει σε } 2 \ \text{ή } 3, \ \text{και ενδιάμεσα περιέχει άρτιο αριθμό συμβόλων}\}$

(β) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι μια λέξη επί του αλφάβητου } \{0,1\} \ \text{η οποία αναπαριστά ένα ακέραιο σε δυαδική μορφή ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 4 αφήνει υπόλοιπο } 3 \}$

(γ) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι μια λέξη επί του αλφάβητου } \{a,b,c\} \ \text{όπου κάθε } a \ \text{ακολουθείται είτε από ένα περιττό αριθμό από } b \ \text{είτε από ένα περιττό αριθμό από } c\}$

(δ) $\{w \mid \eta \ w \ \text{είναι λέξη επί του αλφάβητου } \{a,b\} \ \text{η οποία περιέχει τη συμβολοσειρά } bbb \ \text{τουλάχιστον τρεις φορές}\}$

Σημείωση για σκέλος (δ): Θεωρήστε ότι επιτρέπονται οι επικαλύψεις ανάμεσα στις τρεις εμφανίσεις της συμβολοσειράς bbb . Επομένως η λέξη $bbbb$ ανήκει στη γλώσσα.

Άσκηση 5 [14 μονάδες]

Θεωρήστε μια κανονική γλώσσα L επί του αλφάβητου $\{a,b,c\}$. Να αποδείξετε ότι η γλώσσα

$$L - (\{ab,ac\}^* \cup \{b^m c^n \mid m,n > 0 \})$$

είναι επίσης μια κανονική γλώσσα.